

# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Normierte Räume</b> . . . . .	<b>1</b>
I.1 Beispiele normierter Räume . . . . .	1
I.2 Eigenschaften normierter Räume . . . . .	23
I.3 Quotienten und Summen von normierten Räumen . . . . .	34
I.4 Aufgaben . . . . .	35
I.5 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	40
<b>II. Funktionale und Operatoren</b> . . . . .	<b>45</b>
II.1 Beispiele und Eigenschaften stetiger linearer Operatoren . . . . .	45
II.2 Dualräume und ihre Darstellungen . . . . .	58
II.3 Kompakte Operatoren . . . . .	65
II.4 Interpolation von Operatoren auf $L^p$ -Räumen . . . . .	72
II.5 Aufgaben . . . . .	80
II.6 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	87
<b>III. Der Satz von Hahn-Banach und seine Konsequenzen</b> . . . . .	<b>93</b>
III.1 Fortsetzungen von Funktionalen . . . . .	93
III.2 Trennung konvexer Mengen . . . . .	100
III.3 Schwache Konvergenz und Reflexivität . . . . .	104
III.4 Adjungierte Operatoren . . . . .	109
III.5 Differentiation nichtlinearer Abbildungen . . . . .	112
III.6 Aufgaben . . . . .	126
III.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	131
<b>IV. Die Hauptsätze für Operatoren auf Banachräumen</b> . . . . .	<b>137</b>
IV.1 Vorbereitung: Der Bairesche Kategoriensatz . . . . .	137
IV.2 Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit . . . . .	140
IV.3 Der Satz von der offenen Abbildung . . . . .	151

IV.4	Der Satz vom abgeschlossenen Graphen . . . . .	154
IV.5	Der Satz vom abgeschlossenen Bild . . . . .	158
IV.6	Projektionen auf Banachräumen . . . . .	161
IV.7	Fixpunktsätze . . . . .	164
IV.8	Aufgaben . . . . .	182
IV.9	Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	190
<b>V.</b>	<b>Hilberträume . . . . .</b>	<b>197</b>
V.1	Definitionen und Beispiele . . . . .	197
V.2	Fouriertransformation und Sobolevräume . . . . .	206
V.3	Orthogonalität . . . . .	218
V.4	Orthonormalbasen . . . . .	226
V.5	Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	232
V.6	Aufgaben . . . . .	237
V.7	Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	245
<b>VI.</b>	<b>Spektraltheorie kompakter Operatoren . . . . .</b>	<b>251</b>
VI.1	Das Spektrum eines beschränkten Operators . . . . .	251
VI.2	Die Theorie von Riesz . . . . .	256
VI.3	Kompakte Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	264
VI.4	Anwendungen auf Integralgleichungen . . . . .	270
VI.5	Nukleare Operatoren . . . . .	280
VI.6	Hilbert-Schmidt-Operatoren . . . . .	292
VI.7	Aufgaben . . . . .	302
VI.8	Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	306
<b>VII.</b>	<b>Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren . . . . .</b>	<b>313</b>
VII.1	Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren . . . . .	313
VII.2	Unbeschränkte Operatoren . . . . .	336
VII.3	Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren . . . . .	349
VII.4	Operatorhalbgruppen . . . . .	353
VII.5	Aufgaben . . . . .	374
VII.6	Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	379
<b>VIII.</b>	<b>Lokalkonvexe Räume . . . . .</b>	<b>389</b>
VIII.1	Definition lokalkonvexer Räume; Beispiele . . . . .	389
VIII.2	Stetige Funktionale und der Satz von Hahn-Banach . . . . .	396
VIII.3	Schwache Topologien . . . . .	403
VIII.4	Extremalpunkte und der Satz von Krein-Milman . . . . .	414
VIII.5	Einführung in die Distributionentheorie . . . . .	423
VIII.6	Aufgaben . . . . .	432
VIII.7	Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	440

<b>IX. Banachalgebren</b> . . . . .	451
IX.1 Grundbegriffe und Beispiele . . . . .	451
IX.2 Die Gelfandsche Darstellungstheorie . . . . .	455
IX.3 $C^*$ -Algebren . . . . .	461
IX.4 Aufgaben . . . . .	472
IX.5 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	475
<b>Anhang A. Maß- und Integrationstheorie</b> . . . . .	481
A.1 Das Lebesgueintegral für Funktionen auf einem Intervall . . . . .	481
A.2 Das $d$ -dimensionale Lebesguemaß und abstrakte Integration . . . . .	489
A.3 Konvergenzsätze . . . . .	491
A.4 Signierte und komplexe Maße . . . . .	493
<b>Anhang B. Metrische und topologische Räume</b> . . . . .	495
B.1 Metrische Räume . . . . .	495
B.2 Topologische Räume . . . . .	501
<b>Symbolverzeichnis</b> . . . . .	509
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	513
<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	519